QUESTÕES OBJETIVAS

QUESTÃO 27

[D]

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$a_{11} = (-1)^{1+1} = 1$

$a_{12} = (-1)^{1+2} = -1$

$a_{13} = (-1)^{1+3} = 1$

$a_{21} = 2 - 1 = 1$

$a_{22} = (-1)^{2+2} = 1$

$a_{23} = (-1)^{2+3} = -1$

$a_{31} = 3 - 1 = 2$

$a_{32} = 3 - 2 = 1$

$a_{33} = (-1)^{3+3} = 1$

Então,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 4$$

$$\det\left(A^{-1}\right) = \frac{1}{\det A} = \frac{1}{4}$$

QUESTÃO 28

[D]

Tem-se que

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & a & 0 & 1 \\ 1 & -1 & b & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 24 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} a & 0 & 3 \\ -1 & b & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 24$$

$$\Leftrightarrow ab = 24.$$

Portanto, a resposta é

$$\begin{vmatrix} \sqrt{b} & \sqrt{2} \\ \sqrt{3} & \sqrt{a} \end{vmatrix} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{ab} - \sqrt{6}$$

$$= \sqrt{24} - \sqrt{6}$$

$$= 2\sqrt{6} - \sqrt{6}$$

$$= \sqrt{6}.$$

QUESTÃO 29
[A]
Pelo Teorema de Binet, $\det(AB) = \det A \cdot \det B,$ ou seja,

$$\det(AB) = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}$$
$$\det(AB) = (1 \cdot 4 - 2 \cdot 3) \cdot (-1 \cdot 0 - 2 \cdot 1)$$
$$\det(AB) = -2 \cdot (-2)$$
$$\det(AB) = 4$$

QUESTÃO 30
[D]
Seja k o determinante da matriz $\begin{bmatrix} 3 & x \\ 4 & x+1 \end{bmatrix}.$ Sabendo que $\det(\lambda \cdot A) = \lambda^n \cdot \det A,$ com λ sendo um número real e n a ordem da matriz quadrada $A,$ vem

$$\begin{aligned} 49 \cdot k = k^2 \cdot k &\Leftrightarrow k \cdot (k^2 - 49) = 0 \\ &\Leftrightarrow k = 0 \text{ ou } k = -7 \text{ ou } k = 7. \end{aligned}$$

Desse modo, se $k = 0,$ então

$$\begin{vmatrix} 3 & x \\ 4 & x+1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 3x + 3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 3.$$

Se $k = -7,$ então

$$-x + 3 = -7 \Leftrightarrow x = 10.$$

Se $k = 7,$ então

$$-x + 3 = 7 \Leftrightarrow x = -4.$$

Por conseguinte, um dos possíveis valores de x é $-4.$

QUESTÕES DISCURSIVAS

QUESTÃO 16
Pela Regra de Cramer:

$$x = \frac{Det A_x}{Det\ A} = \frac{\begin{vmatrix} -18 & -5 & 6 \\ -2 & -3 & 7 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -5 & 6 \\ 5 & -3 & 7 \\ -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{(-1)\begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & -3 & 7 \\ -18 & -5 & 6 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 22 & -23 \\ -4 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -3 & -2 & 7 \\ -5 & -18 & 6 \end{vmatrix}}{110 - 92} = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 4 \\ -8 & 1 \end{vmatrix}}{18} = \frac{4 + 32}{18}$$
$$= \frac{36}{18} = 2$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -18 & 6 \\ 5 & -2 & 7 \\ -1 & 2 & -1 \end{vmatrix}}{18} = \frac{\begin{vmatrix} 88 & -23 \\ -16 & 5 \end{vmatrix}}{18} = \frac{440 - 368}{18} = \frac{72}{18} = 4$$

$$z = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -5 & -18 \\ 5 & -3 & -2 \\ -1 & 1 & 2 \end{vmatrix}}{18} = \frac{\begin{vmatrix} 22 & 88 \\ -4 & -16 \end{vmatrix}}{18} = \frac{-352 + 352}{18} = \frac{0}{18} = 0$$

$$S = \{(2,4,0)\}$$

QUESTÃO 17

Pela regra de Chió o determinante da matriz será:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 5 & 2 & 3 \\ 0 & 7 & -3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 0 & 3 \\ 7 & -3 & 4 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix} = (-1).\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 7 & -3 & 4 \\ 4 & 0 & 3 \end{vmatrix}$$
$$= (-1).\begin{vmatrix} -10 & -24 \\ -4 & -13 \end{vmatrix}$$
$$= (-1).(130 - 96) = -34$$

QUESTÃO 18

$$\det B^{-1} = \det(2A)$$
$$\frac{1}{\det B} = 2^3.\det A$$
$$\frac{1}{\det B} = 8.\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$
$$\frac{1}{\det B} = 8(1+2)$$
$$\frac{1}{\det B} = 24$$
$$\det B = \frac{1}{24}$$