Nome:		
1ª SÉRIE	ENSINO MÉDIO	DATA: 08 / 01 / 2018

EQUIPE WR

MATEMÁTICA BÁSICA

ADIÇÃO

Definição: Dados dois ou mais números, chama-se adição, a operação pela qual acha-se um outro número que contenha exatamente todas as unidades somadas.

As unidades somadas são denominadas parcelas.

O resultado é denominado soma.

ELEMENTOS:

$$\underbrace{A}_{1^{a}\text{parcela}} + \underbrace{B}_{2^{a}\text{parcela}} = \underbrace{C}_{\text{soma ou resultado}}$$

Método de cálculo:

I. Iguala-se o número de casas decimais, colocando quantos zeros forem necessários;
II. Coloca-se casa decimal debaixo de casa decimal e vírgula debaixo de vírgula;
III. Adicionamos as casas decimais.

Exemplo:

a) 23,19 + 14,94 + 0,48 = 38,61

$$\begin{array}{r} 23{,}19 \\ 14{,}94 \\ +\ 0{,}48 \\ \hline 38{,}61 \end{array}$$

b) 0,873 + 2,45 + 73

$$\begin{array}{r} 0{,}873 \\ 2{,}450 \\ +73{,}000 \\ \hline 76{,}323 \end{array}$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Determine as seguintes soma:

a) 471 + 395 =
b) 21,42 + 3,07 =
c) 341 + 2,52 + 11,03 =
d) 100 + 10 + 1 + 0,1 + 0,01 =
e) 0,421 + 0,732 =
f) 0,079 + 1,204 =
g) 5,736 + 3,675 =
h) 5 + 0,5 + 2,42 =

SUBTRAÇÃO

Definição: A subtração de dois números *a* e *b*, é obtida somando-se o número *a* ao oposto do número *b*, de modo que:

a – b = r
a + (– b) = r
a é denominado minuendo;
b é denominado subtraendo;
r é denominado resto ou diferença.

ELEMENTOS

$$\underbrace{A}_{\text{minuendo}} - \underbrace{B}_{\text{subtraendo}} = \underbrace{C}_{\text{resto ou diferença}}$$

Método de cálculo: faz-se a diferença entre o primeiro termo (minuendo) e o segundo termo (subtraendo) e conserva-se o sinal do maior termo em módulo, exemplo:

a) 34,19 – 27,05 = 7,14

$$\begin{array}{r} 34{,}19 \\ -\ 27{,}05 \\ \hline 7{,}14 \end{array}$$

b) 46,713 – 79,604 = –32,891

$$\begin{array}{r} 79{,}604 \\ -\ 46{,}713 \\ \hline -\ 32{,}891 \end{array}$$

c) 43,24 – 12,97 = 30,27

$$\begin{array}{r} 43{,}24 \\ -12{,}97 \\ \hline 30{,}27 \end{array}$$

d) 531,273 – 932,002 = 400,729

$$\begin{array}{r} 531{,}273 \\ -\ 932{,}002 \\ \hline 400{,}729 \end{array}$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

02. Calcule as seguintes diferenças:

a) 700 – 135 =
b) 495 – 32,7 =
c) 24,1 – 16,5 =
d) 302,72 – 22,48 =
e) 22,5 – 40,5 =
f) 41,32 – 51,32 =
g) 31,47 – 82,71 =
h) 0,132 – 0,441 =

A MULTIPLICAÇÃO

Definição: é a operação que tem por fim, dados dois números, repetir o primeiro como parcela tantas vezes quantas são as unidades do segundo.

ELEMENTOS:

$$\underbrace{A}_{\text{multiplicando}} \times \underbrace{B}_{\text{multiplicador}} = \underbrace{C}_{\text{produto}}$$

Método de cálculo: multiplica-se os fatores como se fossem números naturais, o produto terá tantas casas decimais quantas forem a soma das casas dos fatores da operação:

a) 6,012 x 14,3

$$\begin{array}{r} 6{,}012 \\ \text{x}\ 14{,}3 \\ \hline 18036 \\ 24048- \\ +\ 6012-- \\ \hline 85{,}9716 \end{array}$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

03. Calcule o valor dos seguintes produtos:

a) 421 x 22 = b) 701 x 0,4 = c) 0,032 x 42,5 =
d) 22,03 x 1,07 = e) 41,32 x 22,7 = f) 0,03 x 0,04 =
g) 0,001 x 48,5 = h) 2,03 x 1,04 =

DIVISÃO

É a operação que tem por fim, dados dois números, achar o maior número de vezes que um deles contém o outro. Sempre possui o divisor diferente de zero.

A prova real é feita da forma:

O divisor x quociente + resto = dividendo
Método de cálculo:
Divisão na chave:

$$
\begin{array}{rrrl}
\overbrace{3\ \ 4\ \ 3}^{\text{dividendo}} & & & \Big|\ \overbrace{2\ 1}^{\text{divisor}} \\
-\ 2\ \ 1 & & & \underbrace{1\ 6}\,\underbrace{,}\,\underbrace{3\ 3}\ .\ .\ .\ {}_{\text{quociente}} \\
1\ \ 3\ \ 3 & & & \\
-\ 1\ \ 2\ \ 6 & & & \\
7\ \ 0 & & & \\
-\ 6\ \ 3 & & & \\
7\ \{\text{resto} & & &
\end{array}
$$

Este método pode ser executado da seguinte forma:

1° passo) separa-se o número que pode ser dividido por 21, usado as casas decimais que estiverem disponíveis, no caso o número é o 34.

2° passo) pergunta-se: "qual é o número que multiplicado por 21 dá resultado igual ou menor que 34?" Resposta: 1

3° passo) multiplica-se o divisor por 1 e subtrai o resultado obtido do número 34, obtendo o resto 13.

4° passo) desce o 3 e o divisor torna-se 133, e repete a pergunta "qual é o número que multiplicado por 21 dá resultado igual ou menor que 133?" Resposta: 6

5° passo) multiplica-se o divisor por 6 e subtrai o resultado obtido do número 133, obtendo o resto 7.

6° passo) como não existe mais números para descerem, coloca-se a vírgula no quociente e acrescenta-se um zero ao resto. Então se continua a divisão repetindo os passos acima descritos.

$$
\begin{array}{lll}
\text{dividendo} \Rightarrow 25 & \underline{|\ 3} \Rightarrow \text{divisor} \\
\underline{-24} & 8{,}3... \Rightarrow \text{quociente} \\
10 & \\
\underline{-\ 9} & \\
\ \ 1 \Rightarrow \text{resto} &
\end{array}
$$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

04. Calcule o valor das seguintes divisões:

a) 732 ÷ 15 =
b) 231 ÷ 7 =
c) 42,3 ÷ 3 =
d) 0,05 ÷ 0,00005 =
e) 0,32 ÷ 0,0016 =
f) 0,92 ÷ 0,0023 =
g) 23 ÷ 92 =
h) 0,17 ÷ 0,34=
i) 0,0015 ÷ 0,5 =
j) 0,32 ÷ 0,8 =
k) 0,0001 ÷ 0,000001=
l) 0,72 ÷ 1,6 =
m) 0,0014 ÷ 0,007 =
n) 688401 ÷ 343 =

EXPRESSÕES NUMÉRICAS E ALGÉBRICAS

Hierarquia de sinais:

$$(\ \ ) \Rightarrow \text{primeiro}$$
$$[\ \ ] \Rightarrow \text{segundo}$$
$$\{ \ \ \} \Rightarrow \text{terceiro}$$

De um modo geral, deve-se resolver sempre os sinais que estiverem mais internos na expressão numérica.

Hierarquia de operações:

Potenciação ou Radiciação ⇒ primeiro
Multiplicação ou Divisão ⇒ segundo
Adição ou Subtração ⇒ terceiro

Quando houver duas operações de mesma hierarquia, resolve-se sempre aquela que vier primeiro.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Calcule o valor das seguintes expressões numéricas:

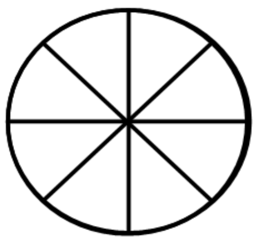
a) (81 ÷ 27 + 37) ÷ 10 =
b) (9 ÷ 3 . 3) . (9 . 3 ÷ 3) =
c) (72 ÷ 9 + 12) ÷ (6 . 10 – 40) =
d) (7.3 – 15) ÷ (16 –13 +6 ÷2) -1 =
e) (40 – 32 + 6) ÷ 7 + (20 – 7) ÷ 13 =
f) 95 – (41 . 4 – 2 . 60) ÷ 11 =
g) {16 + 8 x [28 – (15 – 3) : (5 + 1)] – 24 : 3}
h) {230 – 3 x [24 – 6 x (11 – 2 x 4) : (5 x 2 – 1)] : 11}
i) [60 : (5 x 12 – 50)] : {55 : [(40 : 2) : (4 + 8 x 2)] – 52}
j) {120 : [72 : (53 x 13 – 680) + 22]} + (10 + 5)

02. Se $A = (-3)^2 - 2^2$, $B = -3^2 + (-2)^2$ e $C = (-3 -2)^2$, então C + A × B é igual a

a) –150. b) –100. c) 50. d) 10. e) 0.

FRAÇÕES NUMÉRIACAS

Ao dividirmos um objeto em partes iguais, podemos associar este objeto a um inteiro e as partes iguais a frações desse objeto. Veja o exemplo:

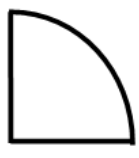


Uma pizza grande foi dividida em 8 pedaços iguais (fatias) de modo que cada pedaço corresponde a 1/8 da pizza.

Denominações: $\frac{\text{numerador}}{\text{denominado}}$

No exemplo acima, se uma pessoa comer duas fatias da pizza, ela estará comendo 2/8 o que corresponderá a 1/4da pizza, pois:

$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{2}{8}=\frac{\cancel{2}}{\cancel{8}}=\frac{1}{4} \quad \Rightarrow$$



PROPRIEDADE DAS FRAÇÔES: Quando se multiplica (ou divide) o numerador e o denominador de uma fração por um número real diferente de zero, a fração não se altera, de modo que se obtém frações equivalentes.

Exemplo:

a) $\frac{36}{4} = \frac{36 \div 4}{4 \div 4} = \frac{9}{1} = 9$ b) $\frac{3}{7} = \frac{3 \times 4}{7 \times 4} = \frac{12}{28}$

No exemplo a, pode também ser efetuado da seguinte forma:

$$\frac{36}{4} = \frac{\cancel{36}}{\cancel{4}} = \frac{9}{1} = 9,$$

assim como, se simplificarmos o resultado do item b por 4, obteremos novamente $\frac{3}{7}$, pois $\frac{\cancel{12} \div 4}{\cancel{28} \div 4} = \frac{3}{7}$.

No exemplo de item a as frações $\frac{36}{4}$ e $\frac{9}{1}$ são chamadas de frações equivalentes.

OPERAÇÕES COM FRAÇÕES

01) Adição e subtração de números fracionários

Temos que analisar dois casos:

1°) denominadores iguais

Para somar frações com denominadores iguais, basta somar os numeradores e conservar o denominador.

Para subtrair frações com denominadores iguais, basta subtrair os numeradores e conservar o denominador.

Observe os exemplos:

$$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7} \quad \text{ou} \quad \frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$$

2°) denominadores diferentes

Para somar frações com denominadores diferentes, uma solução é obter frações equivalentes, de denominadores iguais ao mmc dos denominadores das frações. Exemplo: somar as frações $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{2}$.

Obtendo o mmc dos denominadores temos mmc(5,2) = 10.

$$\frac{4}{5} = \frac{?}{10} \Rightarrow (10:5).4 = 8$$

$$\frac{5}{2} = \frac{?}{10} \Rightarrow (10:2) \cdot 5 = 25$$

$$\frac{8}{10} + \frac{25}{10} = \frac{33}{10}$$

Resumindo: utilizamos o mmc para obter as frações equivalentes e depois somamos normalmente as frações, que já terão o mesmo denominador, ou seja, utilizamos o caso 1.

02) Multiplicação e divisão de números fracionários

Na **multiplicação** de números fracionários, devemos multiplicar numerador por numerador, e denominador por denominador, assim como é mostrado nos exemplos abaixo:

$$\frac{8}{3} \times \frac{4}{3} = \frac{32}{9} \quad \text{ou} \quad \frac{-5}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{-20}{6} = -\frac{20}{6} = -\frac{10}{3}$$

Na **divisão** de números fracionários, devemos multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda, como é mostrado no exemplo abaixo:

$$\frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{24}{12} = \frac{\cancel{24}}{\cancel{12}} = 2$$

03) Frações equivalentes

Frações equivalentes são frações que representam a mesma parte do todo.

Exemplo: $\frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}$ são equivalentes.

Para encontrar frações equivalentes devemos multiplicar o numerador e o denominador por um mesmo número natural, diferente de zero.

Exemplo: obter frações equivalentes à fração 1/2.

$$\frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4} \qquad \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6} \qquad \frac{1 \cdot 4}{2 \cdot 4} = \frac{4}{8} \qquad \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{5}{10}$$

Portanto as frações $\frac{2}{8}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}$ são algumas das frações equivalentes a 1/2.

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Calcule, simplificando ao máximo o resultado:

(a) $\frac{1}{7} + \frac{3}{7}$ (b) $\frac{4}{5} - \frac{3}{5}$ (c) $\frac{4}{11} + \frac{1}{11}$ (d) $\frac{6}{8} - \frac{3}{8}$

(e) $\frac{1}{4} + \frac{3}{7}$ (f) $\frac{2}{3} - \frac{7}{8}$ (g) $\frac{4}{7} + \frac{1}{2}$ (h) $\frac{6}{5} - \frac{5}{9}$

(i) $\frac{3}{9} - \frac{3}{4}$ (j) $\frac{1}{11} + \frac{2}{9}$ (k) $\frac{8}{13} - \frac{5}{2}$ (l) $\frac{9}{4} + \frac{9}{11}$

(m) $\frac{7}{2} - \frac{4}{10}$ (n) $\frac{6}{7} - \frac{8}{3}$ (o) $\frac{13}{14} + \frac{16}{21}$ (p) $\frac{12}{15} + \frac{17}{20}$

02. Calcule, simplificando ao máximo o resultado:

(a) $\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}$ (b) $\frac{7}{5} \div \frac{3}{8}$ (c) $\frac{3}{9} \div \frac{9}{2}$ (d) $\frac{6}{7} \cdot \frac{10}{9}$

(e) $\frac{8}{5} \div \frac{9}{4}$ (f) $\frac{8}{13} \div \frac{4}{7}$ (g) $\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{11}$ (h) $\frac{5}{2} \cdot \frac{3}{4}$

(i) $\frac{8}{13} \div \frac{9}{13}$ (j) $\frac{6}{11} \cdot \frac{8}{15}$ (k) $\frac{11}{14} \div \frac{12}{13}$ (l) $\frac{17}{15} \div \frac{18}{13}$

(m) $\frac{13}{19} \cdot \frac{15}{12}$ (n) $\frac{21}{17} \div \frac{20}{19}$ (o) $\frac{18}{15} \cdot \frac{23}{14}$ (p) $\frac{25}{31} \cdot \frac{29}{43}$

GABARITO

1. (a) $\frac{4}{7}$ (b) $\frac{1}{5}$ (c) $\frac{5}{11}$ (d) $\frac{3}{8}$ (e) $\frac{19}{28}$ (f) $-\frac{5}{24}$ (g) $\frac{15}{14}$ (h) $\frac{29}{45}$ (i) $-\frac{5}{12}$
(j) $\frac{31}{99}$ (k) $-\frac{49}{26}$ (l) $\frac{135}{44}$ (m) $\frac{31}{10}$ (n) $-\frac{38}{21}$ (o) $\frac{71}{42}$ (p) $\frac{33}{20}$

2. (a) $\frac{1}{6}$ (b) $\frac{56}{15}$ (c) $\frac{2}{27}$ (d) $\frac{20}{21}$ (e) $\frac{32}{45}$ (f) $\frac{14}{13}$ (g) $\frac{10}{99}$ (h) $\frac{15}{8}$ (i) $\frac{8}{9}$
(j) $\frac{16}{55}$ (k) $\frac{143}{168}$ (l) $\frac{221}{270}$ (m) $\frac{65}{76}$ (n) $\frac{399}{340}$ (o) $\frac{69}{35}$ (p) $\frac{725}{1333}$

POTENCIAÇÃO

Potenciação significa multiplicar um número real (base) por ele mesmo X vezes, onde X é a potência (número natural).

Exemplo:

3^2 (leia-se “três elevado ao quadrado”, ou “três elevado à segunda potência” ou ainda “três elevado à dois”).

No exemplo, precisamos multiplicar o 3 por ele mesmo. Ficando: 3.3 = 9.

Então $3^3 = 3 . 3 . 3 = 3 . 9 = 27$

Propriedades

1 - Multiplicação de potências de bases iguais = mantenha a base e some os expoentes:

$$a^n . a^m = a^{n+m}$$

2 - Divisão de potências de bases iguais = mantenha a base e subtraia os expoentes:

$(a^n) / (a^m) = a^{n-m}$, “a” diferente de zero.

Temos que $a^1 = a$, veja o exemplo:

a) $2^1 = 2^{2-1} = \dfrac{2^2}{2^1} = \dfrac{4}{2} = 2$, logo $2^1 = 2$

b) $3^1 = 3^{4\text{-}3} = \dfrac{3^4}{3^3} = \dfrac{81}{27} = 3$, logo $3^1 = 3$

Se m fosse igual a n teríamos $a^m : a^m = 1 \rightarrow a^0 = 1$ ou seja $a^{m-m} = a^0$. Por isso $a^0 = 1$.

Exemplo:

a) $2^0 = 2^{2-2} = \dfrac{2^2}{2^2} = \dfrac{4}{4} = 1$, logo $2^0 = 1$

b) $3^0 = 3^{3\text{-}3} = \dfrac{3^3}{3^3} = \dfrac{27}{27} = 1$, logo $3^0 = 3$

Se m fosse igual a n teríamos $a^m : a^m = 1$, exemplo:

3 - Potência de potência = mantenha a base e multiplique os expoentes:

$$(a^m)^n = a^{m\,.\,n}$$

4 - Potenciação de números fracionários

Na **potenciação**, quando elevamos um número fracionário a um determinado expoente, estamos elevando o numerador e o denominador a esse expoente, conforme os exemplos abaixo:

$$\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$$

5 - $(a . b)^n = a^n . b^n$

Exemplo:

a) $(2\times3)^2 = 2^2\times3^2 = 4\times9 = 36$

b) $(3\times5)^3 = 3^3\times5^3 = 27\times125 = 3375$

6 - $(a/b)^n = a^n/b^n$, “b” diferente de zero.

Exemplo:

a) $\left(\dfrac{12}{3}\right)^2 = \dfrac{12^2}{3^2} = \dfrac{144}{9} = 36$

b) $\left(\dfrac{3}{2}\right)^3 = \dfrac{3^3}{2^3} = \dfrac{27}{8}$

Potenciação com números negativos

$(-3)^2 = 9$, pois $(-3)^2 = (-3).(-3) = +9$

$-3^2 = -9$, pois $-3^2 = -(3).(3) = -9$

O sinal de negativo (–) na frente do três, só fará parte da potenciação quando estiver dentro de um parêntese, caso contrário, ele continua no seu lugar no resultado. Porém, no primeiro exemplo, o expoente é 2, número par, por isto o negativo do 3 ao final se transforma em positivo.

Se fosse 3, o resultado seria negativo:

$$(-3)^3 = (-3) . (-3) . (-3) = 9 . (-3) = -27$$

Se tirarmos os parênteses

$$-3^3 = -3 . 3 . 3 = -9 . 3 = -27$$

Potência de expoente negativo de um número relativo a **diferente de 0:**

$$\mathbf{a^{-m} = 1/a^m.}$$

A recíproca é verdadeira. Demonstração:

$a^{-m} = a^{0-m}$.

$a^{-m} = a^0/a^m = 1/a^m$.

E, finalmente, sem entrar no mérito, apresento algumas regras de como proceder com o cálculo de potências em que a base é um número negativo.

Veja:

$$\frac{2^3}{2^5} = 2^{3-5} = 2^{-2}$$

$$\frac{2^3}{2^5} = \frac{2.2.2}{2.2.2.2.2} = \frac{8}{8.2.2} = \frac{8}{8.2^2} = \frac{1}{2^2} \text{ logo } 2^{-2} = \frac{1}{2^2}$$

Se o expoente é par seja qualquer o sinal da base, o resultado é POSITIVO:

Exemplo:

a) $(-3)^2 = 9$, pois $(-3)^2 = (-3)\times(-3) = 9$

b) $(-2)^4 = 16$, pois $(-2)^4 = (-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2) = 16$

Se o expoente é ímpar, o resultado terá o mesmo sinal da base, logo: **base negativa, o resultado → NEGATIVO;** **base positiva, o resultado → POSITIVO.**

Exemplo:

a) $(-3)^3 = -27$, pois $(-3)^3 = (-3)\times(-3)\times(-3) = -27$

b) $(-5)^4 = 625$, pois $(-5)^4 = (-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5) = 625$

c) $(7)^3 = 343$, pois $(7)^3 = 7\times7\times7 = 343$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Transforme em produto ou quociente de potências.

a) $(3 \times 5)^2 =$

b) $(12 : 4)^6 =$

c) $(2 \times 5 \times 7)^3 =$

d) $(5 : 3)^2 =$

e) $\left(\dfrac{3}{4} \times \dfrac{5}{6}\right)^3 =$

f) $(32 \times 7^3)^2 =$

g) $(5^3 \times 2^4)^3 =$

h) $(a \times b)^m =$

i) $(a : b)^m =$

02. Determine as seguintes potências:

a) $3^4 =$

b) $\left(\frac{3}{4}\right)^3 =$

c) $\left(\frac{5^2}{9}\right)^3 =$

d) $(0,745)^0 =$

e) $(0,001)^3 =$

f) $(0,03)^2 =$

g) $(0,5)^3 =$

h) $\left\{\left[\left(\frac{a^2}{b}\right)^{-1}\right]^2\right\}^{-3} =$

i) $\left\{\left[\left(\frac{x^{-1}\cdot y}{z^3}\right)^2\right]^{-1}\right\}^4 =$

j) $\left[\left(\frac{a}{b}\right)^p\cdot\left(\frac{a}{b}\right)^{-p}\right]^q =$

k) $\dfrac{\left(\frac{a^2}{a^3}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{a^{-5}}{a^3}\right)^{-1}}{\left(\frac{a^4}{a^7}\right)^2}$

03. Efetuar as operações indicando o resultado em forma de potência

a) $9^2\cdot 9^3\cdot 3^4 =$

b) $\left(\frac{2}{5}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{5}\right)^4 =$

c) $(0,15)^2 : (0,15)^3 =$

d) $(0,02)^2\cdot(0,02)^4\cdot(0,02)^{-3} =$

e) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-3}\cdot\left(\frac{2}{7}\right)^2\cdot\left(\frac{2}{7}\right)^1\cdot\left(\frac{2}{7}\right)^0 =$

f) $\left\{\left[(0,0007)^2\right]^3\right\}^4 =$

04.

a) Qual o valor de $(0,002)^2$?

b) Qual o valor de $(0,275)^0$?

05. Escreva o nome das cinco propriedades da potenciação e o método utilizado para seu respectivo desenvolvimento.

06. Aplicando as propriedades das potências de mesma base, reduza a uma só potência as seguintes expressões:

a) $10^3\cdot 10^5 =$

b) $5^9 : 5^7 =$

c) $\left(4^3\right)^8 =$

d) $\left(\frac{1}{5}\right)^5 : \left(\frac{1}{5}\right)^3 =$

e) $(0,8)^3\cdot(0,8)\cdot(0,8)^2 =$

f) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^3 =$

g) $n^5\cdot n\cdot n^8 =$

h) $x^3 : x =$

i) $a\cdot a^2\cdot a^3 =$

j) $\left(y^4\right)^5 =$

l) $3^6\cdot 3^2\cdot 3\cdot 3^{10} =$

m) $a^4 : a^4 =$

n) $\left[\left(2^2\right)^2\right]^2 =$

o) $(1,5)\cdot(1,5)^3 =$

p) $y^9 : y^8 =$

q) $a^x\cdot a^y =$

r) $a^x : a^y =$

s) $\left(m^a\right)^b =$

RADICIAÇÃO

Definição: Dados um número natural n (com $n \geq 2$), chama-se raiz n-ézima de a o número real b, tal que:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

Onde $\sqrt[n]{a} = b$, temos:

n $\rightarrow$ índice do radical
a $\rightarrow$ radicando
b $\rightarrow$ raiz n-ézima
$\sqrt{\ }$ $\rightarrow$ radical

OBS: $\sqrt[n]{a} \notin R$, se n é par e a é menor que zero.

Exemplo:

a) $\sqrt[4]{256} = \sqrt[4]{2^8} = \sqrt[\cancel{4}]{2^{\cancel{8}}} = 2^2 = 4$

b) $\sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{7^3} = \sqrt[\cancel{3}]{7^{\cancel{3}}} = 7^1 = 7$

Propriedades

1 – Multiplicação de radicais de mesmo índice: Conserva-se o índice e multiplica-se os radicandos.

Exemplo:

a) $\sqrt[3]{9}\cdot\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{9\cdot 3} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

b) $\sqrt[5]{4}\cdot\sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{4\cdot 8} = \sqrt[5]{2^2\times 2^3} = \sqrt[5]{2^5} = 2$

2 – Divisão de radicais de mesmo índice: Conserva-se o índice e dividem-se os radicandos.

Exemplo:

a) $\dfrac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2$

b) $\dfrac{\sqrt[3]{42}}{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[3]{\dfrac{42}{6}} = \sqrt[3]{7}$

3 – Radical de um radical: Conserva-se o radicando e multiplica-se os índices.

Exemplo:

a) $\sqrt{\sqrt{5}} = \sqrt[2\times 2]{5} = \sqrt[4]{5}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[2]{256}}} = \sqrt[3\times 4\times 2]{2^8} = \sqrt[\cancel{24}]{2^{\cancel{8}}} = \sqrt[3]{2}$

4 – Radicais equivalentes: Quando se multiplica ou se divide o índice do radical e o expoente do radicando por um mesmo número real diferente de zero, obtém-se um radical equivalente:

Exemplo:

a) $\sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3\times 5]{2^{2\times 5}} = \sqrt[15]{2^{10}}$

b) $\sqrt[12]{3^8} = \sqrt[12\div 4]{3^{8\div 4}}$ ou $\sqrt[\cancel{12}\div 4]{3^{\cancel{8}\div 4}} = \sqrt[3]{3^2}$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Transforme num produto de radicais:

a) $\sqrt{3\,.\,5} =$ b) $\sqrt[3]{2\,.\,7} =$ c) $\sqrt{2^2\,.\,5} =$

d) $\sqrt[5]{2\,.\,3^4} =$ e) $\sqrt[4]{3^2\,.\,7^3} =$ f) $\sqrt[3]{5\,.\,x} =$

02. Aplicando a propriedade, complete as igualdades:

a) $\sqrt{10^2} =$ b) $\sqrt[6]{2^6} =$ c) $\sqrt[3]{x^3} =$

d) $\sqrt[4]{5^4} =$ e) $\sqrt{(x+1)^2} =$ f) $\sqrt{(5x)^2} =$

03. Transforme num quociente de radicais:

a) $\sqrt{\dfrac{2}{3}} =$ b) $\sqrt[3]{\dfrac{x}{5}} =$ c) $\sqrt[4]{\dfrac{x^2}{y^3}} =$

d) $\sqrt{\dfrac{2a}{7b}} =$ e) $\sqrt[5]{\dfrac{3x^2}{m^3}} =$ f) $\sqrt{\dfrac{a^3b}{c^2}} =$

---

04. Aplicando a propriedade, reduza a um só radical:

a) $\sqrt{\sqrt[4]{10}} =$ b) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{x}} =$ c) $\sqrt[5]{\sqrt{y^3}} =$

d) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{ab}} =$ e) $\sqrt{\sqrt{2x}} =$ f) $\sqrt[5]{\sqrt[x]{10}} =$

---

05. Dividindo o índice do radical e o expoente do radicando pelo m.d.c entre eles, complete as igualdades:

a) $\sqrt[20]{2^5} =$ b) $\sqrt[18]{a^{12}} =$ c) $\sqrt[6]{10^2} =$

d) $\sqrt[9]{x^3} =$ e) $\sqrt[4]{(ab)^6} =$

---

06. Determine as seguintes somas algébricas:

a) $\sqrt{90} + \sqrt{10}$

b) $\sqrt[5]{2} + \sqrt[5]{64}$

c) $2\sqrt{3} + \sqrt{27} - 6\sqrt{12} + \sqrt{75}$

d) $\sqrt{100a} - \sqrt{49a} - \sqrt{16a} + \sqrt{4a}$

e) $\sqrt{108} - \sqrt{75} + \sqrt{3} - \sqrt{27}$

---

07. Calcule as seguintes somas algébricas:

a) $\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 1$

b) $\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{a} - 2\sqrt{b}$

c) $4 - 3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} + 1$

d) $1 + \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2}$

e) $4\sqrt{3} - 7\sqrt{18} + 5\sqrt{48} + \sqrt{200}$

f) $\sqrt{200} + \sqrt{50} - \sqrt{162} - \sqrt{243}$

RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES

Para racionalizar o denominador do tipo $\dfrac{b}{\sqrt[n]{a^p}}$ temos o seguinte método:

I – Multiplica-se o numerador e o denominador por uma raiz de mesmo índice e mesmo radicando, estando este elevado ao expoente obtido pela diferença entre o índice do radical e o expoente do radicando, de modo que;

II – No denominador ocorrerá uma multiplicação de radicais de mesmo índice – conserva o índice e multiplica-se o radicando;

$$\frac{b}{\sqrt[n]{a^p}} \cdot \frac{\sqrt[n]{a^{n-p}}}{\sqrt[n]{a^{n-p}}} = \frac{b \cdot \sqrt[n]{a^{n-p}}}{\sqrt[n]{a^p} \cdot \sqrt[n]{a^{n-p}}} = \frac{b \cdot \sqrt[n]{a^{n-p}}}{\sqrt[n]{a^p \cdot a^{n-p}}} =$$

III – No denominador ocorrerá dentro do radical uma multiplicação de potência de mesma base;

$$= \frac{b \cdot \sqrt[n]{a^{n-p}}}{\sqrt[n]{a^p \cdot a^{n-p}}} = \frac{b \cdot \sqrt[n]{a^{n-p}}}{\sqrt[n]{a^{p+n-p}}} = \frac{b \cdot \sqrt[n]{a^{n-p}}}{\sqrt[n]{a^n}} =$$

IV – simplifica-se o índice o radical com o expoente do radicando

$$= \frac{b \cdot \sqrt[n]{a^{n-p}}}{\sqrt[n]{a^n}} = \frac{b \cdot \sqrt[n]{a^{n-p}}}{a}$$

Exemplo:

a) $\dfrac{3}{\sqrt[5]{3^2}} = \dfrac{3}{\sqrt[5]{3^2}} \cdot \dfrac{\sqrt[5]{3^{5-2}}}{\sqrt[5]{3^{5-2}}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt[5]{3^3}}{\sqrt[5]{3^2} \cdot \sqrt[5]{3^3}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt[5]{3^2}}{\sqrt[5]{3^2 \cdot 3^3}} = \dfrac{3 \cdot \sqrt[5]{3^2}}{\sqrt[\cancel{5}]{3^{\cancel{5}}}} =$

$= \dfrac{\cancel{3} \cdot \sqrt[5]{3^2}}{\cancel{3}} = \sqrt[5]{3^2}$

b) $\dfrac{25}{\sqrt[8]{5^3}} = \dfrac{25}{\sqrt[8]{5^3}} \cdot \dfrac{\sqrt[8]{5^{8-3}}}{\sqrt[8]{5^{8-3}}} = \dfrac{25 \cdot \sqrt[8]{5^5}}{\sqrt[8]{5^3} \cdot \sqrt[8]{5^5}} = \dfrac{25 \cdot \sqrt[8]{5^5}}{\sqrt[8]{5^3 \cdot 5^5}} = \dfrac{25 \cdot \sqrt[8]{5^5}}{\sqrt[\cancel{8}]{5^{\cancel{8}}}} =$

$= \dfrac{\cancel{25} \cdot \sqrt[5]{5^5}}{\cancel{5}} = \sqrt[8]{5^5}$

Racionalizar o denominador do tipo $\dfrac{c}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$ temos o seguinte método:

I – Multiplica-se o numerador e o denominador pelo conjugado do denominador, a fim de se obter no denominador o produto da soma pela diferença de dois termos;

$$\frac{c}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}} = \frac{c \cdot \left(\sqrt{a} \mp \sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}\right)^2 - \left(\sqrt{b}\right)^2} = \frac{c \cdot \left(\sqrt{a} \mp \sqrt{b}\right)}{a - b}$$

OBS: $a \neq b$

Exemplo:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\left(\sqrt{3}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2} =$

$= \dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$

b) $\dfrac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \dfrac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} \cdot \dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \dfrac{3 \cdot \left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{5}\right)^2 - \left(\sqrt{2}\right)^2} =$

$= \dfrac{3 \cdot \left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right)}{5 - 2} = \dfrac{\cancel{3} \cdot \left(\sqrt{5} + \sqrt{2}\right)}{\cancel{3}} = \sqrt{5} + \sqrt{2}$

---

08. Racionalize os seguintes denominadores das frações algébricas:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{5}} =$ b) $\dfrac{3}{\sqrt{3}} =$ c) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} =$ d) $\dfrac{10}{3\sqrt{10}} =$

e) $\dfrac{1}{\sqrt[4]{a}} =$ f) $\dfrac{a}{\sqrt[5]{a^3x}} =$ g) $\dfrac{1}{\sqrt[5]{4}} =$ h) $\dfrac{2}{\sqrt[7]{b^4}} =$

i) $\dfrac{xy}{\sqrt[11]{x^6y^3}} =$ j) $\dfrac{a}{\sqrt[5]{a}} =$ l) $\dfrac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} =$ m) $\dfrac{2}{\sqrt{3} - 1} =$

n) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} =$ o) $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1} =$ p) $\dfrac{1 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} =$ q) $\dfrac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} =$

r) $\dfrac{1 + \sqrt{7}}{3 - \sqrt{7}} =$ s) $\dfrac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} =$

PRODUTOS NOTÁVEIS

1) Quadrado da soma de 2 termos $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$.

Exemplo:

a) $(x + 8)^2 = x^2 + 16x + 64$

b) $(a + 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2$

2) Quadrado da diferença de 2 termos $(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

Exemplo:

a) $(x - 6)^2 = x^2 - 12x + 36$

b) $(2y - z)^2 = 4y^2 - 4yz + z^2$

3) Produto da soma pela diferença $(x + y) . (x - y) = x^2 - y^2$

Exemplo:

a) $(a + b)(a - b) = a^2 + b^2$

b) $(2 + x)(2 - x) = 4 - x^2$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Aplicando as regras dos produtos notáveis, desenvolva:

a) $(x + 8)^2 =$

b) $(2 - 3a)^2 =$

c) $(3x + y^2)^2 =$

d) $(1 + 5m)(1 - 5m) =$

e) $(ab - c)^2 =$

f) $(a^3 - b^3)(a^3 + b^3) =$

g) $(4 + h)^2 =$

h) $(10 + a^2x)(10 - a^2x) =$

i) $\left(x - \dfrac{y}{2}\right)^2 =$

j) $(a^3c - b^2)(a^3c + b^2) =$

k) $\left(a^3 - \frac{1}{4}mn\right)^2 =$
l) $(1 - ab^2)(1 + ab^2) =$
m) $(a + 4ab)^2 =$
n) $(x + 2y^5)^2 =$
o) $\left(a^2 - \frac{1}{2}a^3\right)^2 =$
p) $(2a + x^3)(2a - x^3) =$

02. Determine as seguintes somas algébricas:

a) $\frac{a-1}{a} + \frac{a+1}{2} =$
b) $\frac{x+a}{x} - \frac{a-x}{a} =$
c) $\frac{x+y}{2x} + \frac{x-y}{2y} =$
d) $\frac{1}{x+2} + \frac{x}{x^2-4} =$
e) $x + 1 - \frac{1}{x-1} =$
f) $\frac{a-b}{a+b} + \frac{2a}{a-b} =$
g) $\frac{x-5y}{x+y} + \frac{5y^2}{xy+y^2} =$
h) $\frac{a}{a-b} - \frac{a^2}{a^2-b^2} =$
i) $\frac{1+a}{1-a} + \frac{4a^2}{1-a^2} - \frac{1-a}{1+a} =$

03. Determine os seguintes produtos:

a) $\frac{2a}{3x} \cdot \frac{2}{y} =$
b) $\frac{x}{2a} \cdot \frac{y}{a^2} =$
c) $\frac{am}{x} \cdot \frac{xy}{a^2} =$
d) $\frac{3a^3}{x^2} \cdot \frac{x}{6a} =$
e) $\frac{a^3b^2}{10xy^3} \cdot \frac{2x^2y}{a^2c} =$

FATORAÇÃO

Fatorar uma expressão significa escrevê-la como o produto de dois ou mais termos.

01) FATOR COMUM

$$ab \pm ac = a(b \pm c)$$

Exemplo:
a) $ax^2 + bx = x(ax + b)$
b) $2ab + 4a^2b - 6ab^2 = 2ab(1 + 2a - 3b)$

02) QUADRADO PERFEITO

$$x^2 + 2\,x\,y + y^2$$

Retira-se a raiz quadrada dos dois termos das extremidades e aproveita-se o sinal do termo central:

$$x^2 + 2xy + y^2$$
$$(x + y)^2$$

VERIFICAÇÃO: Multiplica-se por dois as duas raízes encontradas, se coincidir com o termo central, o trinômio é do quadrado perfeito.
Exemplo:
a) $a^2 + 6a + 9 = (a + 3)^2$
b) $y^2 - 10y + 25 = (y - 5)^2$

3) PRODUTO DA SOMA PELA DIFERENTA
Faz-se o quadrado primeiro menos o quadrado do segundo.

$$x^2 - y^2 = (x + y) \cdot (x - y)$$

Exemplo:
a) $x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$
b) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Fatore as expressões:
a) $x^2 + 5x =$
b) $4x^2 - 12x + 9 =$
c) $4x^2 - 9 =$
d) $a^6 - 5a^5 + 6a^3 =$
e) $ax - a + bx - b =$
f) $64y^2 + 80y + 25 =$
g) $a^3b^2 + a^2b^3 =$
h) $m^2 - 1 =$
i) $4a^2x^2 - 4abx + b^2 =$
j) $12a^2b + 18a =$
k) $x^3 - x^2y + xy - y^2 =$
l) $(x + 1)^2 - 9 =$
m) $a^2bc + ab^2c + abc^2 =$
n) $25x^2 + 70x + 49 =$
o) $1 - (a + b)^2 =$
p) $x^6 + x^4 + x^2 + 1 =$
q) $15a^3m - 20a^2m =$
r) $m^2 - 25n^2 =$
s) $81y^2 + 18y + 1 =$

Equação do 1° grau

Equação é qualquer igualdade que só é satisfeita para alguns valores dos seus domínios.
Exemplo:

$$2x - 5 = 3$$

O número desconhecido x recebe o nome de incógnita. De princípio, sem conhecer o valor da incógnita x, não podemos afirmar se essa igualdade é verdadeira ou falsa. Porém podemos verificar facilmente que a equação acima se torna verdadeira para $x = 4$.

$$2x - 5 = 3 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4$$

Logo o conjunto verdade (V) ou conjunto solução (S) é 4.

Resolução de equações do 1° grau:
Resolver uma equação significa encontrar valores de seus domínios que a satisfazem.

Para resolver equações do 1° grau, basta colocar as incógnitas de um lado do sinal (=) e os “números” do outro.

Determine o valor da incógnita x:
a) $2x - 8 = 10 \Rightarrow 2x = 10 + 8 \Rightarrow 2x = 18 \Rightarrow x = 9 \Rightarrow V = \{9\}$
b) $3 - 7.(1-2x) = 5 - (x+9) \Rightarrow 3 - 7 + 14x = 5 - x - 9 \Rightarrow 14x + x = 5 - 9 - 3 + 7 \Rightarrow 15x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow V = \{0\}$

Sistemas de equações
A soma de dois números é 12 e a diferença entre eles é 4. Quais são estes números?

Para a resolução de problemas como este que apresenta duas incógnitas desconhecidas, utilizamos um sistema de equações.

Chamamos de **x** o primeiro número (o maior) e de **y** o segundo número.

A soma de dois números é 12, ou seja: $x + y = 12$ ... I
A diferença entre eles é 4, isto é: $x - y = 4$ II

A solução de um sistema de equações com duas variáveis é um par ordenado (x,y) de números reais que satisfaz as duas equações (I e II).

Verificando o par ordenado (8,4), notamos que satisfaz as duas equações: $8 + 4 = 12$ e $8 - 4 = 4$, logo a solução do sistema é (8,4).

Vejamos agora os métodos para a resolução de sistema de equações:

1° Método da adição:

- Basta eliminar uma das variáveis, através de termos opostos, recaindo numa equação do 1° grau com uma variável.

Exemplo:

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

Notamos que as duas equações possuem termos opostos (y e –y).

Com isso, basta somar as duas equações:

$$\frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{3}} = \frac{8}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{24}{12} = \frac{\cancel{24}}{\cancel{12}} = 2$$

$$\begin{array}{l} x + y = 12 \\ \underline{x - y = 4} \\ 2x \quad = 16 \quad \Rightarrow x = 8 \end{array}$$

A seguir, basta substituir o valor encontrado para x em uma das equações.

$$\begin{array}{lll} 8 + y = 12 & \text{ou} & 8 - y = 4 \\ y = 12 - 8 & & -y = 4 - 8 \\ y = 4 & & y = 4 \end{array}$$

O par ordenado (x,y) = (8,4) é a solução do sistema.

2°) Método da substituição:

Consiste em eliminarmos uma das variáveis isolando seu valor numa das equações do sistema, para em seguida substituí-la na outra.

Exemplo:

$$\begin{cases} x + y = 12 & (\mathrm{I}) \\ x - y = 4 & (\mathrm{II}) \end{cases}$$

Escolhemos uma das variáveis na primeira equação, para determinarmos o seu valor:

$$x + y = 12 \Rightarrow x = 12 - y.$$

Substituímos na outra equação:

$$(12 - y) - y = 4 \Rightarrow 12 - 2y = 4 \Rightarrow -2y = -8 \Rightarrow y = 4$$

Substituindo o valor encontrado em uma das equações:

$$X + 4 = 12 \Rightarrow x = 12 - 4 \Rightarrow x = 8$$

Logo a solução do sistema seria: S = {(8,4)}

3°) Método da comparação:

Consiste em compararmos as duas equações do sistema, após termos isolado a mesma variável (x ou y) nas duas equações $\begin{cases} x + 2y = 2 \Rightarrow x = 2 - 2y \\ x + y = 3 \Rightarrow x = 3 - y \end{cases}$.

Comparando as duas equações:

$$2 - 2y = 3 - y \Rightarrow -2y + y = 3 - 2 \Rightarrow -y = 1 \Rightarrow y = -1$$

Substituindo o valor de y encontrado:

$$x = 2 - 2.(-1) \Rightarrow x = 2 + 2 = 4$$

Portando S = {(4, –1)}

Equação do 2° grau

Incompletas: Se um dos coeficientes (**b** ou **c**) for nulo, temos uma equação do 2° grau incompleta.

1° caso: b = 0 . $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} \Rightarrow x = \pm 3$.

2° caso: c = 0 . $x^2 - 9x = 0 \Rightarrow$ Basta fatorar o fator comum $x \Rightarrow x(x - 9) = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 9$.

3° caso: b = c = 0 . $2x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

Resolução de equações do 2° grau:

Agora resolver equações do 2° grau completas, ou seja, do tipo $ax^2 + bx + c = 0$ com **a**, **b** e **c** diferentes de zero.

Uma equação do 2° grau pode ter até 2 raízes reais, que podem ser determinadas pela fórmula de Bháskara.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Utilizando a fórmula de Bháskara, vamos resolver alguns exercícios:

1) $3x^2 - 7x + 2 = 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-7) \pm \sqrt{25}}{2\,3} = \frac{7 \pm 5}{6}$$

$$x = \frac{7+5}{6} = 2 \text{ e } x = \frac{7-5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

$$V = \left\{\frac{1}{3}, 2\right\}$$

2) $-x^2 + 4x - 4 = 0$

$$x = \frac{-4 \pm 0}{-2} \Rightarrow x = 2$$

$$V = \{2\}$$

Propriedades: $\Delta > 0$	Duas raízes reais e diferentes
$\Delta = 0$	Duas raízes reais e iguais
$\Delta < 0$	Nenhuma raiz real

Relações entre coeficientes e raízes

Soma das raízes = $-\frac{b}{a}$

Produto das raízes = $\frac{c}{a}$

Obtendo a **Soma e Produto de uma equação do 2° grau**:

$$\boxed{x^2 - Sx + P = 0}$$

Resolução de equações fracionárias do 2° grau:

$$\frac{4}{x} + \frac{x}{2} = 3 \text{ onde } x \neq 0$$

$$\frac{8}{2x} + \frac{x^2}{2x} = \frac{6x}{2x}$$

$$8 + x^2 = 6x \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 0x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4.1.8}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{6 \pm 2}{2}$$

Logo, x' = 2 e x'' = 4. $\Rightarrow$ **S = {2,4}**

Resolução de equações literais do 2° grau:
Determine o valor da incógnita x.

$$x^2 - 3ax + 2a^2 = 0$$

$$x = \frac{3a \pm \sqrt{a^2}}{2} = \frac{3a \pm a}{2}$$

Logo: x = 2a e x = a $\Rightarrow$ **S = {a,2a}**

Resolução de equações biquadradas

$$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

Fazendo $x^2 = y$, temos $x^4 = y^2$.

Substituindo os valores na equação, temos: $y^2 - 5y + 4 = 0$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm 3}{2}$$

Logo, y' = 4 e y'' = 1.
Como $y = x^2$, temos:

$$x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \text{ e } x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1.$$

Então a solução será $\Rightarrow$ **S = {−2, −1,1,2}**

EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1. Resolva as seguintes equações do 1° grau com uma incógnita em IR:

a) $3x + 7 = x - 3$
b) $4x - 1 = 3x + \sqrt{2}$
c) $2(x - 1) = \sqrt{7} + x$
d) $3(x + 1) + \sqrt{5} = x + 9$
e) $3 - (2x - 1) = 3(-2x - 1)$
f) $2(x - 1) - 2(x - 2) = -(x - 3)$

2. Determine a solução real de cada uma das equações:

a) $\frac{t}{2} - \frac{2}{3} = \frac{5t}{6}$

b) $\frac{y}{4} + 1 = 7 - \frac{y}{2}$

c) $\frac{x+1}{3} - \frac{x-1}{6} = \frac{5}{2} + x$

d) $\frac{x-2}{4} + \frac{x-3}{2} = \frac{x-1}{3} + \frac{x}{6}$

e) $\frac{2(x-1)}{3} - \frac{3(x+1)}{2} = -\frac{(x+2)}{6}$

f) $\frac{1}{2} - \frac{x+1}{4} = \frac{3x-1}{12} - 3$

3. Resolva as seguintes equações literais, sendo **x** a incógnita.

a) $ax - 2x = a + 2$
b) $ax = 3 + bx$
c) $x - a = \frac{x}{a} (a \neq 0)$
d) $\frac{x}{a} = \frac{1}{ab} - \frac{x}{b} (a \neq 0;\ b \neq 0)$
e) $\frac{x}{a-b} = 2 - \frac{x}{a+b} (a \neq b;\ a \neq -b)$
f) $\frac{ax}{b} = \frac{1}{b} + \frac{bx-1}{a} (a \neq 0;\ b \neq 0)$

4. Resolva estes sistemas pelo método da adição.

a) $\begin{cases} 3x - 2y = 10 \\ 5x + 2y = 22 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -a + 2b = 7 \\ a - 3b = -9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} a + 3b = 5 \\ 2a - 3b = -8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2a - b = -3 \\ 6a + b = 7 \end{cases}$

5. Transforme o sistema abaixo em um sistema equivalente mais simples e resolva-o pelo método da adição.

$$\begin{cases} \frac{x+y}{8} = \frac{x+y}{3} \\ \frac{5x}{3} = -2y - 1 \end{cases}$$

6. Resolva os sistemas a seguir pelo método da adição:

a) $\begin{cases} 3x - 4y = -11 \\ 4x + 3y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = -5 \\ 5x - 6y = 28 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 4y = 10 \\ 5x - 3y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{2x}{3} + y = \frac{31}{3} \\ \frac{x}{4} - \frac{y}{2} = -\frac{1}{2} \end{cases}$

e) $\begin{cases} \frac{x+y}{7} = \frac{2}{13}(2x - y) \\ x + y = 14 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 2(x-5) = 7(3-y) \\ \frac{x-y}{3} - \frac{x+y}{4} = \frac{-37}{12} \end{cases}$

7. Resolva os sistemas de equações abaixo utilizando o método que considerar mais conveniente.

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 0 \\ 4x + 3y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x - \frac{1}{3}y = 3 \\ \frac{1}{4}x + 2y = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{y}{3} = \frac{2}{15} \\ 2(x-3) + 3(y-2) = -12 \end{cases}$

8. Classifique cada um dos sistemas abaixo em determinado, indeterminado ou impossível.

a) $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 3x - 6y = 9 \end{cases}$
b) $\begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ 6x - 4y = 3 \end{cases}$
c) $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x - y = 5 \\ -2x + y = -5 \end{cases}$
e) $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$
f) $\begin{cases} 5x + 2y = 5 \\ 3x + y = 1 \end{cases}$

9. Resolva as equações incompletas abaixo sendo **x** número real.

a) $4x^2 - 100 = 0$ b) $3x^2 + 48 = 0$ c) $-2x^2 + 64 = 0$

d) $x(x-2) = 1 - 2x$ e) $\dfrac{3x^2}{4} = \dfrac{x^2+7}{6}$ f) $2x^2 - 2450 = 0$

---

10. Determine os valores reais das incógnitas em cada uma das equações.

a) $5y^2 - 3y = 0$ b) $7x^2 - 35x = 0$

c) $\dfrac{4x^2}{3} + 5x = 0$ d) $t(t+2) = 7t$

e) $\dfrac{7(t+2)^2}{2} = 14$ f) $(x-6)^2 = 2(x+18)$

g) $\dfrac{1}{2}y^2 - 6y = 0$ h) $\sqrt{5x^2} - x = 0$ i) $y^2 - y = 0$

---

11. Resolva as equações a seguir:

a) $3x^2 - 2x - 1 = 0$ b) $y^2 - 7y + 6 = 0$

c) $16x^2 + 8x + 1 = 0$ d) $5x^2 - 4x + 2 = 0$

---

12. Determine as soluções reais das equações:

a) $2x^2 - 3x + 1 = 0$
b) $x^2 - 2x - 3 = 0$
c) $-3x^2 + 10x - 3 = 0$
d) $x^2 + x + 2 = 0$
e) $t^2 + 6t + 9 = 0$
f) $x^2 + 4x - 5 = 0$
g) $y^2 - 2y - 2 = 0$
h) $(t-1)(t+2) = 0$
i) $(x+1)^2 = 3 + x$
j) $2t^2 + 3t + 25 = 0$

---

13. Resolva as equações biquadradas em IR:

a) $9x^4 - 13x^2 + 4 = 0$
b) $x^4 + 6x^2 + 8 = 0$
c) $-x^4 - x^2 + 6 = 0$
d) $\dfrac{x^4}{2} - \dfrac{x^2-1}{3} = 7$
e) $(x^2-3)^2 = (x+1)(x-1)$
f) $35x^4 - 42x^2 + 14 = 0$

---

14. Resolva as equações irracionais em IR:

a) $\sqrt{1-x} = x + 5$
b) $1 + 3\sqrt{x^2 - x} = x$
c) $1 = x - \sqrt{x^2 - 11}$
d) $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = \sqrt{7x + 1}$
e) $\sqrt{\sqrt{7x^2 + 18}} = x$
f) $\sqrt[3]{5x^2 + 7} = 3$

---

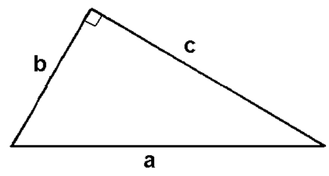
15. Resolva os seguintes sistemas usando números reais.

a) $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x^2 - y^2 = 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 5x + y^2 = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x - 2y = 6 \\ xy = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x - y^2 = 4 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 2x + y^2 = 4 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 3x^2 - 2y^2 = 5 \end{cases}$

TEOREMA DE PITÁGORAS

Dado o triângulo retângulo de medidas a, b e c, como a figura abaixo:



Temos que:
"O quadrado da medida da hipotenusa (a) é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos (b e c)" matematicamente:

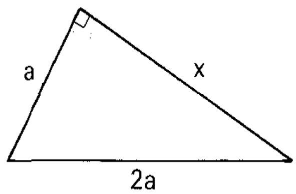
$$a^2 = b^2 + c^2$$

(PITÁGORAS)

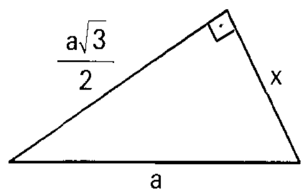
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Determine x, em função de a, nos casos:

a)



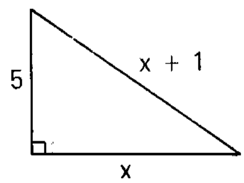
b)



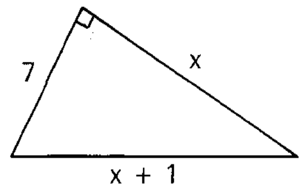
---

02. Determine x nos casos:

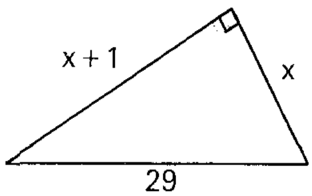
a)



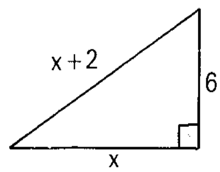
b)



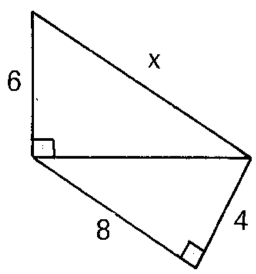
c)



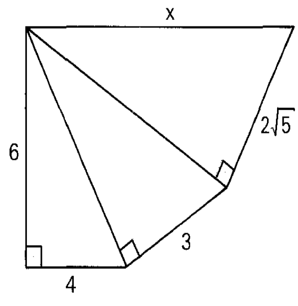
d)



e)

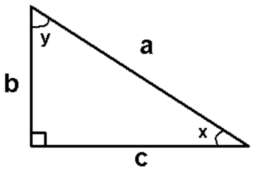


f)



TRIGONOMETRIA NO TRIÂNGULO RETÂNGULO

Dado o triângulo de medidas a, b e c e ângulos agudo x e y, como a figura abaixo:



Temos que:

SENO de um ângulo agudo de um triângulo retângulo, como a razão entre a medida do CATETO OPOSTO a este ângulo e a HIPOTENUSA do triângulo retângulo.

Assim:

$$\text{sen (x)} = \frac{b}{a}$$

COSSENO de um ângulo agudo de um triângulo retângulo, como a razão entre a medida do CATETO ADJACENTE a este ângulo e a HIPOTENUSA do triângulo retângulo.

Assim:

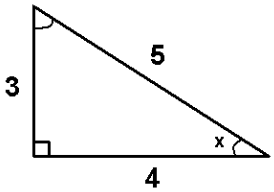
$$\cos \text{(x)} = \frac{c}{a}$$

TANGENTE de um ângulo agudo de um triângulo retângulo, como a razão entre a medida do CATETO OPOSTO e do CADETO ADJACENTE a este ângulo.

Assim:

$$\text{tg (x)} = \frac{b}{c}$$

Exemplo:

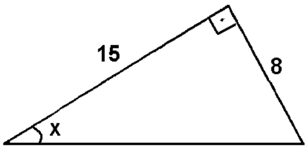


sen(x) = 3/5, cos(x) = 4/5, tg(x) = 3/4

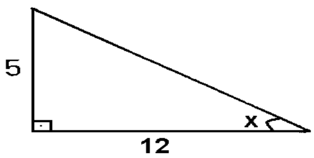
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

1. Determine a medida que falta e calcule o seno e cosseno e a tangente de x nos triângulos abaixo:

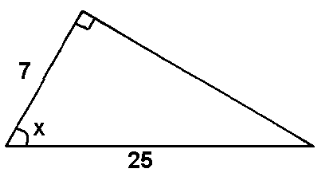
a)



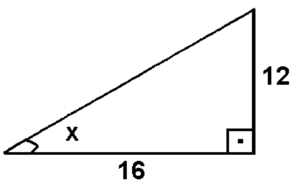
b)



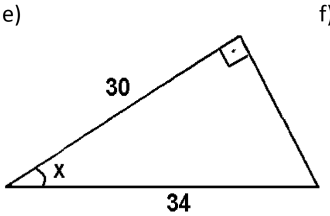
c)



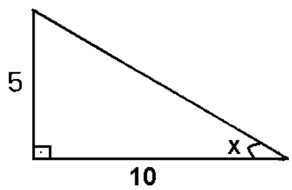
d)



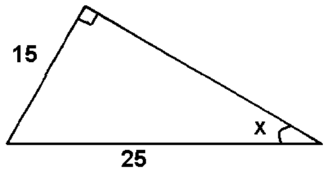
e)



f)

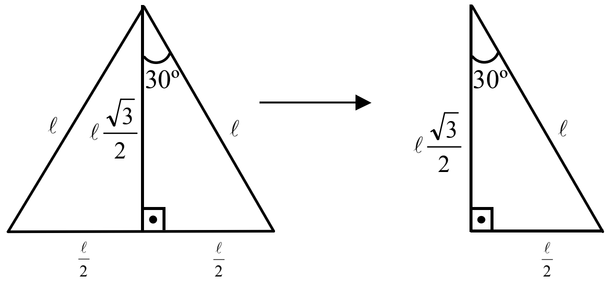


g)

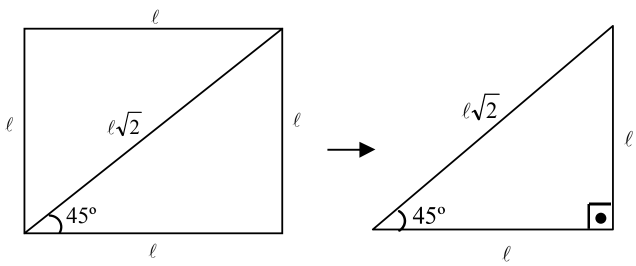


02.

a) Calcule sen 30°, cos 30° e tg 30° utilizando o triângulo retângulo destacado do triângulo equilátero abaixo. Faça o mesmo para o ângulo de 60°.



b) Calcule sen 45°, cos 45° e tg 45° utilizando triângulo retângulo destacado do triângulo abaixo.



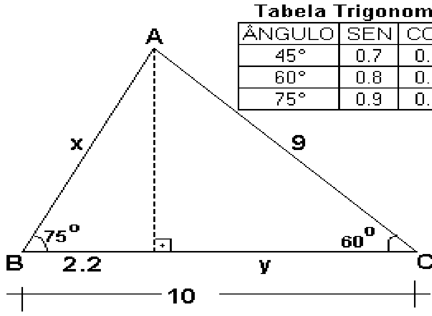
c) Com os valores que você encontrou, complete a tabela abaixo.

	45°	30°	60°
sen			
cos			
tg			

03. Calcule a medida de x e y na figura abaixo:

Tabela Trigonométrica

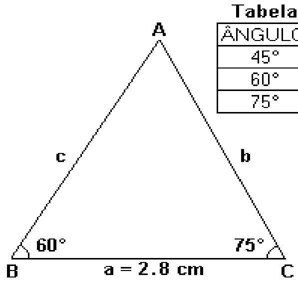
ÂNGULO	SEN	COS	TAN
45°	0.7	0.7	1
60°	0.8	0.5	1.7
75°	0.9	0.2	3.7



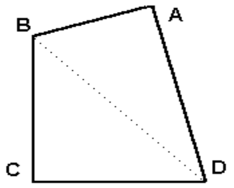
04. No triângulo ABC a seguir, calcule o perímetro.

Tabela Trigonométrica

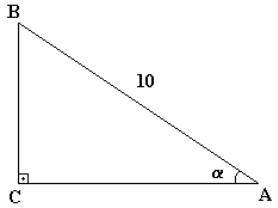
ÂNGULO	SEN	COS	TAN
45°	0.7	0.7	1
60°	0.8	0.5	1.7
75°	0.9	0.2	3.7



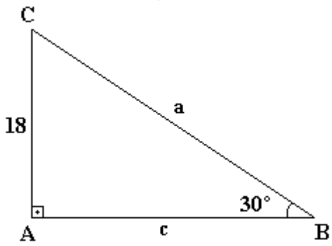
05. Do quadrilátero ABCD da figura a seguir, sabe-se que: os ângulos internos de vértices A e C são retos; os ângulos CDB e ADB medem, respectivamente, 45° e 30°; o lado CD mede 2dm. Então, calcule as medidas dos lados AD e AB medem, respectivamente, em dm.



06. Calcule a soma dos catetos do triângulo retângulo da figura, sabendo que AB = 10 e cos x = 3/5



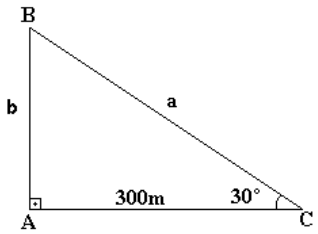
07. Calcule valor de a e c no triângulo ABC.



08. Uma escada de 2 m de comprimento está apoiada no chão e em uma parede vertical. Se a escada faz 30° com a horizontal, calcule a distância do topo da escada ao chão.

09. Um papagaio ou pipa, é preso a um fio esticado que forma um ângulo de 45° com o solo. O comprimento do fio é de 100 m. Determine a altura do papagaio em relação ao solo. (Use a tabela trigonométrica).

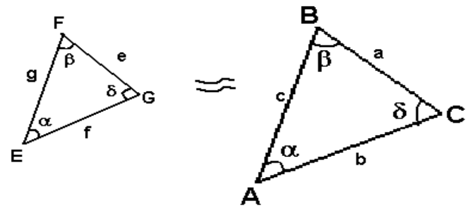
10. Calcule o valor de a e b na figura abaixo.



SEMENHANÇA DE TRIÂNGULOS

TEOREMA: Se dois triângulos são semelhantes, os lados homólogos são proporcionais.

Lados homólogos são lados opostos a ângulos de mesmas medidas.

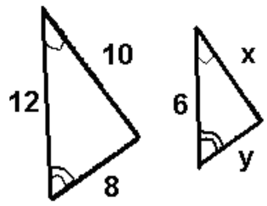


Então: $\frac{e}{a} = \frac{f}{b} = \frac{g}{c} = k$, onde k é a constante de proporcionalidade.

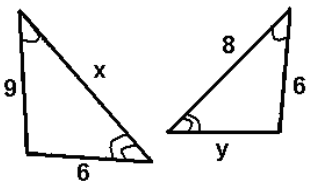
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Se os triângulos possuem ângulos congruentes, determine as incógnitas nos casos:

a)

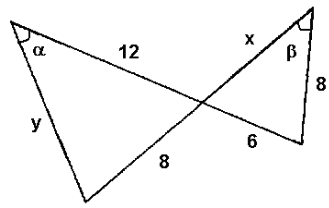


b)

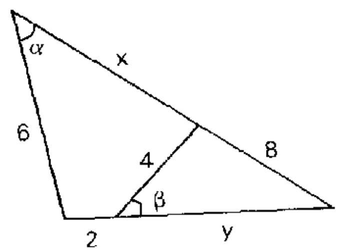


02. Se $\alpha = \beta$, determine x e y nos casos:

a)

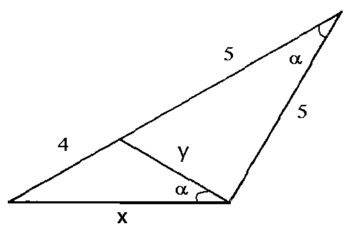


b)

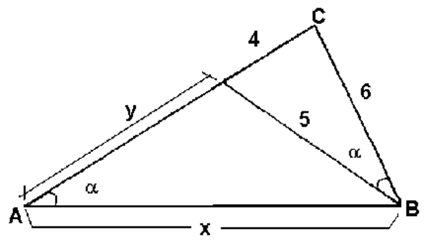


03. Calcule o valor de x e y nos casos:

a)

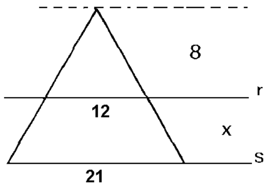


b)

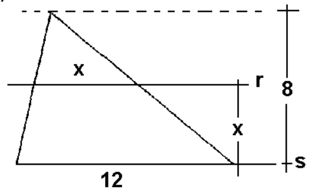


04. Sendo r e s retas paralelas, determine x nos casos:

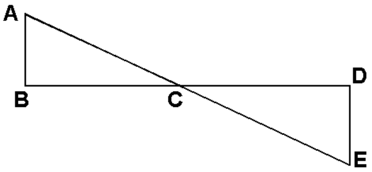
a)



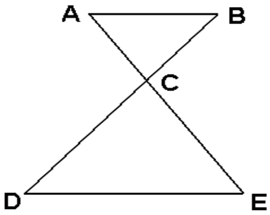
b)



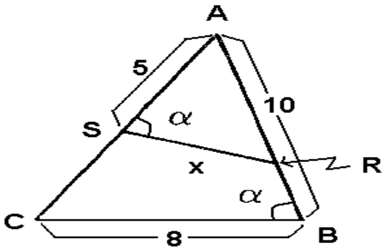
05. Se $\overline{AB} // \overline{ED}$, DE = 4cm, CD = 2cm BC = 6cm, calcule a medida de $\overline{AB}$.



06. Na figura abaixo, $\overline{AB}$ é paralelo a $\overline{DE}$. Sendo AB = 5, AC = 6, BC = 7 e DE = 10, calcule CD.

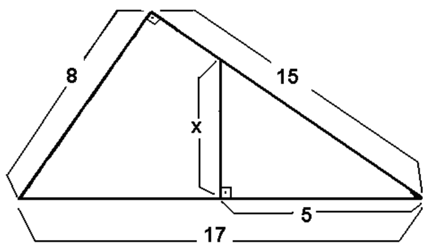


07. Na figura abaixo, determine o valor de x.

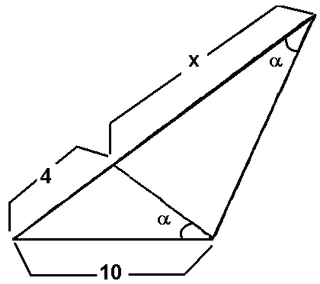


08. Nas figuras, determine x.

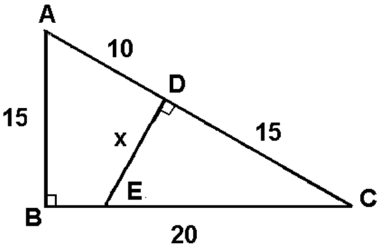
a)



b)

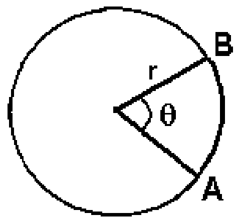


09. Dada a figura, determine o valor de x.



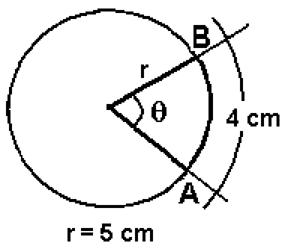
MEDIDAS DE UM ÂNGULO EM RADIANOS

Para medir um ângulo central θ em radianos (rad), divide-se o comprimento do arco $\overset{\frown}{AB}$ pelo comprimento do raio R.



$\theta = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{r}$, em radianos (rad) assim 2π rad é equivalente a 360°.

Exemplo:



$\theta = \dfrac{4\text{cm}}{5\text{cm}} = 0{,}8 \text{ rad}$

OBS:

I. Se $\overset{\frown}{AB}$ = r, então $\theta = \dfrac{\overset{\frown}{AB}}{r} = \dfrac{r}{r} = 1 \text{ rad}$;

II. Se $\overset{\frown}{AB} = 2\pi r$ o ângulo θ o de toda circunferência e vale $\theta = \dfrac{2\pi r}{r} = 2\pi \text{ rad}$.

Por isso temos que ângulo que enxerga toda circunferência (360°) é equivalente ao ângulo de 2π radianos, ou seja:

$$2\pi \text{ rad} \Leftrightarrow \mathbf{360°}$$

Dividindo os dois lados desta relação por 2, temos:

$$1\pi \text{ rad} \Leftrightarrow \mathbf{180°}$$

Se dividirmos a relação acima por 2, 3 e 4 teremos respectivamente:

$$\frac{\pi}{2} \text{ rad} \Leftrightarrow 90^\circ$$

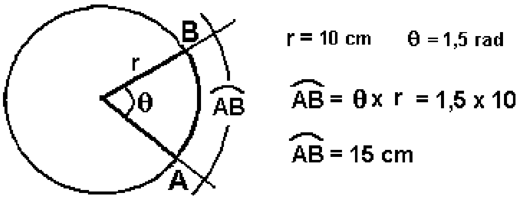
$$\frac{\pi}{3} \text{ rad} \Leftrightarrow 60^\circ$$

$$\frac{\pi}{4} \text{ rad} \Leftrightarrow 45^\circ$$

COMPRIMENTO DE UM ARCO

Para calcular o comprimento de um arco $\widehat{AB}$ de uma circunferência, basta ver que de $\theta = \dfrac{\widehat{AB}}{r}$ temos $\widehat{AB} = \theta \cdot r$ com θ em radianos.

Exemplo:



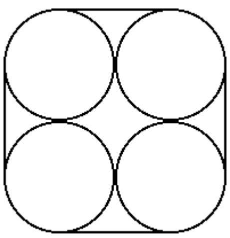
EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

01. Transforme os ângulos de graus para radianos.
a) 90°
b) 60°
c) 30°
d) 45°
e) 120°
f) 135°
g) 300°
h) 270°

02. (Fuvest) Um arco de circunferência mede 300°, e seu comprimento é 2km. Qual o número inteiro mais próximo da medida do raio em metros?
a) 157
b) 284
c) 382
d) 628
e) 764

03. Qual é o comprimento de uma circunferência que tem raio igual a 2,4 cm? Use π = 3,14.

04. (UFC) A figura a seguir mostra quatro rodas circulares, tangentes duas a duas, todas de mesmo raio r e circundadas por uma correia ajustada. Determine o comprimento da correia, em termos de r.



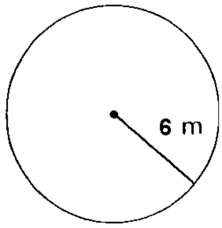
Obs.: despreze a espessura da correia.

05. (UFJF) Testes efetuados em um pneu de corrida constataram que, a partir de 185.600 voltas, ele passa a se deteriorar, podendo causar riscos à segurança do piloto. Sabendo que o diâmetro do pneu é de 0,5 m, ele poderá percorrer, sem riscos para o piloto, aproximadamente:
a) 93 km
b) 196 km
c) 366 km
d) 592 km
e) 291 km

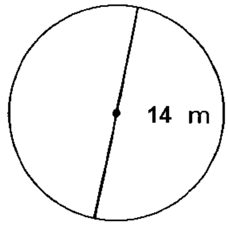
06. (PUCMG) Os moradores de certa cidade costumam fazer caminhada em torno de duas de suas praças. A pista que contorna uma dessas praças é um quadrado de lado L e tem 640 m de extensão; a pista que contorna a outra praça é um círculo de raio R e tem 628 m de extensão. Nessas condições, o valor da razão R/L é aproximadamente igual a: Use π = 3,14.
a) 1/2
b) 5/8
c) 5/4
d) 3/2

07. Determine a área do círculo e o comprimento da circunferência nos casos:

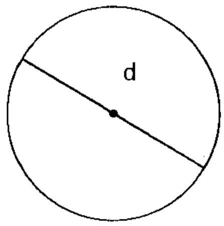
a)



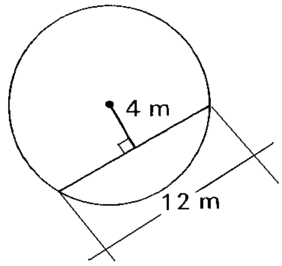
b)



c)



d)



e)